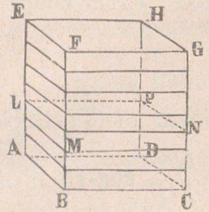
§. 116. *Теорема. Обѣеми-тѣ на два правожгѣлни параллелепипеда, кои-то имамь еднакви основи, ся отнасять по между си кѣто височини-тѣ.*

Нека AG и AN (чърт. 157) сѫ два правоѫгълни параллелепипеда, кои-то иматъ общѫ основѫ AC, трѣба да докажемъ, чи $\frac{AG}{AN}=\frac{AE}{AL}$.

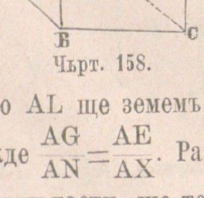


Чърт. 157.

Доказ. Ще разглѣдами два случая:

1. *Случай.* Нека височини-тѣ AE и AL сѫ съизмерими и обща-та мѣрка влиза m пѫти въ AE и n пѫти въ AL, тогава $\frac{AE}{AL}=\frac{m}{n}$. Ако презъ точки-тѣ на дѣленіе-то на линіѭ AE прекараме плоскости, успорѣдни на основѫ-тѫ, то параллелепипеда AG и AN ще ся раздѣлѭть на m и на n правоѫгълни параллелепипеда равни по между си (§. 105); слѣд. $\frac{AG}{AN}=\frac{m}{n}$ и за това $\frac{AG}{AN}=\frac{AE}{AL}$.

2. *Случай.* Нека височини-тѣ AE и AL (чърт. 158) сѫ несъизмѣрими; тогава ще докажемъ, чи отношеніе $\frac{AG}{AN}$, неможе да бѫде ни по голѣмо, ни по малко отъ отношеніе $\frac{AE}{AL}$.



Чърт. 158.

Наистинна, ако $\frac{AG}{AN}<\frac{AE}{AX}$, то мвесто AL ще земемъ по голѣмѫ линіѭ AX, тъй що-то да бѫде $\frac{AG}{AN}=\frac{AE}{AX}$. Раздѣлями линіѭ AE на толкози число равни части, що-то сѣка отъ тѣхъ да бѫде по малка отъ LX; тогава макаръ една отъ точки-тѣ на дѣле-