Кѫто замѣстимъ въ числителя на вторѫ-тѫ часть разликѫ-тѫ на квадрати-тѣ съ произвѣденiе отъ суммѫ и разликѫ, ще получимъ:

$$\overline{BD}^2 = \frac{[2bc + (b^2 + c^2 - a^2)]\ [2bc - (b^2 + c^2 - a^2)]}{4b^2}.$$

Нъ $2bc + (b^2 + c - a^2) = 2bc + b^2 + c^2 - a^2 = (b + c)^2 - a^2 = (b + c + a)(b + c - a)$, и $2bc - (b^2 + c^2 - a^2) = 2bc - b^2 - c^2 + a^2 = a^2 - (b^2 + c^2 - 2bc) = a^2 - (b - c)^2 = (a + b - c)(a - b + c)$.

Слѣд. $\overline{BD}^2 = \dfrac{(a + b + c)(b + c - a)(a + b - c)(a + c - b)}{4b^2}$,

а отъ тука.

$$BD = \frac{\sqrt{(a + b + c)(b + c - a)(a + b - c)(a + c - b)}}{2b}.$$

Кѫто опредѣлихми височинѫ-тѫ на трижгълникъ-тъ, ще намѣримъ:

$$\triangle = \frac{AC.BD}{2} = \frac{B.BD}{2} = \frac{b}{2 \times 2b}\sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+b-c)(a+c-b)}$$

слѣд $\triangle = \frac{1}{4}\sqrt{(a + b + c)(b + c - a)(a + b - c)(a + c - b)}$.

58. По даденѫ-тѫ странѫ на правилнiя трижгълникъ, да опредѣлимъ лице то му.

Рѣшенiе. Нека ABC е трижгълникъ и страна-та му a. Ако отъ върхъ B спустимъ перпендикуляръ BD врьхъ странѫ AC и ако означимъ дължинѫ-тѫ на този перпендикуляръ съ h, то лице-то на трижгълникъ-тъ ще бѫде $\frac{ah}{2}$. Нъ отъ правожгълнiя трижгълникъ BDC имами $h^2 = \overline{BC}^2 - \overline{CD}^2$, BC е равна на a, а CD е половина отъ a (това слѣдува отъ равенство-то на правожгълни-тѣ трижгълници ABD и DBC), кѫто замѣстимъ BC^2 и CD^2 съ равни-тѣ имъ ще получимъ $h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$ или $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.