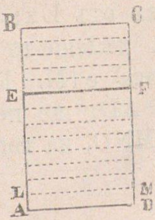
§. 65. *Теорема. Лица-та на правожгълникъ-тъ кои-то иматъ еднакви основи, ся отнасять по между си, кэто височини-тѣ.*



Чьрт. 102.

Нека ABCD (чьрт. 102) ся два правожгълника, кои-то иматъ общж основж AD; трѣба да докажемъ, чи

$$\frac{ABCD}{AEFD}=\frac{AB}{AE}.$$

Доказ. Трѣба да разглѣдами два случая.

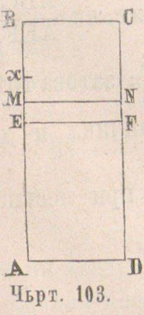
1ій Случай: Нека височини-тѣ AB и AE сж съизмѣрими; ако обща-та мѣрка AL влиза въ AB m пжти, а въ AE n пжти, то $\frac{AB}{AE}=\frac{m}{n}$ (1).

Прекарвами презъ всички-тѣ точки на дѣленіе-то линіи, успорѣдни на основж AD, тогава правожгълникъ ABCD ще ся раздѣли на m, а правожгълникъ AEFD на n равни правожгълника (§. 40) слѣд. $\frac{ABCD}{AEFD}=\frac{m}{n}$.

Кэто сравнимъ това равенство съ (1), ще получимъ:

$$\frac{ABCD}{AEFD}=\frac{AB}{AE}.$$

2ій Случай. Нека височини-тѣ AB и AE сж несъизмѣрими. Въ този случай ще докажемъ, чи отношеніе $\frac{ABCD}{AEFD}$ не може да бжде ни по голѣмо, ни по малко отъ отношеніе $\frac{AB}{AE}$. Наистина, ако допустимъ, чи $\frac{ABCD}{AEFD}<\frac{AB}{AE}$, то вмѣсто AE (чьрт. 103) може да ся земе таквази линія Ax, щото да бжде:



Чьрт. 103.