

§ 280. Ако въ основата на конуса впишемъ и около неї опишемъ правилни многоожгълници и ги приемемъ за основи на правилните пирамиди, които иматъ еднаква височина съ конуса, то очевидно е, че обема на конуса ще биде по малъкъ отъ обема на описаната и по голѣмъ отъ обема на вписаната пирамиди. При увеличаване числото на страните въ многоожгълниците разликата между обемите на двѣте пирамиди безпрѣдѣлно се умалява. Наистина, нека H биде височина на конуса, B и b —плоските съдѣржания на основите отъ описаната и вписаната пирамиди, тогава разликата отъ обемите на двѣте пирамиди ще биде $\frac{H}{3} \cdot (B - b)$. Но тъй като съ увеличаване числото на страните въ многоожгълниците разликата $B - b$ безпрѣдѣлно се умалява, то и разликата $\frac{H}{3} \cdot (B - b)$ може да бъде направена по малка отъ всѣка величина. Отъ това слѣдва, че конуса е прѣдѣлъ на вписаните и описаните пирамиди.

Означаваме съ P и r периметрите на описаните и вписаните многоожгълници, съ l —образуящата на конуса и съ h —апотемата на вписаната пирамида, тогава повърхността на описаната пирамида ще биде $\frac{Pl}{2}$, а повърхността на вписаната $\frac{rh}{2}$. Съ увеличаване числото на страните въ многоожгълниците P се умалява, а r се увеличава; също се увеличава и апотемата h , защото растоянието на основата ѝ отъ осъта на конуса се увеличава; отъ това слѣдва, че повърхността на описаната пирамида ще се умалява, а повърхността на вписаната—ще се увеличава. Но тъй като съ увеличаване числото на страните въ многоожгълниците, описаните и вписаните пирамиди се приближаватъ къмъ сливане съ конуса, то повърхността на описаната пирамида се приближава къмъ неї, като се умалява, а повърхността на вписаната—, като се увеличава; това показва, че повърхността на конуса е по малка отъ повърхността на описаната и по голѣма отъ повърхността на вписаната пирамиди.

Забѣлѣзваме, че разликата между повърхностите на описаната и вписаната пирамиди може да биде направена по малка отъ всѣка величина. Наистина, тази разлика се равнява