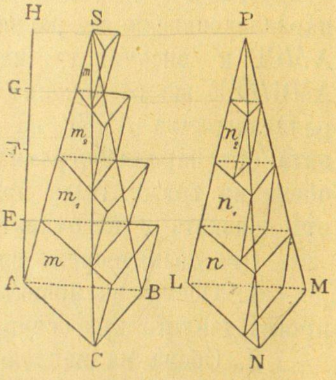
иматъ равновелики основи и равни височини, сѫ равновелики.

Да прѣдположимъ, че трижгълнитѣ пирамиди SABC и PLMN (чер. 327) иматъ равновелики основи ABC и LMN и еднаква височина равна на HA; трѣба да докажемъ, че пирамидитѣ сѫ равновелики.



Чер. 327.

Доказ. Да прѣдположимъ, че основитѣ на двѣтѣ пирамиди сѫ намѣрватъ въ една плоскость.

Нека тѣзи пирамиди бѫдѫтъ не равни, напр. първата по-голѣма отъ втората и нека разликата между тѣхъ бѫде P, така щото SABC—PLMN=P. Прѣдставяме количеството P въ видъ на произведение отъ плоското сѫдържание на трижгълника ABC и нѣкоя величина h, т. е. прѣдполагаме, че P=ABC. h и раздѣляме височината HA на толкова равни части HG, GF, FE, EA, щото всѣка да бѫде по-малка отъ h. Ако прѣзъ точкитѣ на дѣлението G,F,E прѣкараме успоредни плоскости на основата на пирамидата, то тѣзи плоскости ще прѣсѣкѫтъ пирамидата въ трижгълници съотвѣтственно равновелики, защото тѣзи трижгълници по § 234 сѫ пропорционални на основитѣ ABC и LMN, а тѣзи основи споредъ прѣдположението сѫ равновелики.

Въобразяваме си надъ трижгълницитѣ въ пирамидата SABC редъ отъ исходящи призми m, m_1, m_2, m_3, и надъ трижгълницитѣ въ пирамидата PLMN редъ отъ входящи призми n, n_1, n_2.

Отъ построението сѫ види, че

$$\mathrm{SABC}<m+m_1+m_2+m_3 \quad \text{и} \quad \mathrm{P}L\mathrm{MN}>n+n_1+n_2$$

Отъ тука заключаваме, че изъ двѣтѣ разлики SABC—PLMN и $(m+m_1+m_2+m_3)-(n+n_1+n_2)$ първата има по малко умаляемо и по-голѣмъ умалитель отъ втората, затова:

$$\mathrm{SABC}-\mathrm{PLM}N<(m+m_1+m_2+m_3)-(n+n_1+n_2)$$

Нъ призмитѣ m_3 и n_2, които иматъ равни основи и височини, сѫ равновелики; по сѫщата причина сѫ равновелики и призмитѣ m_2 и n_1, сѫщо и призмитѣ m_1 и n; слѣдователно, като съкратимъ, ще получимъ отъ прѣдидущето неравенство: