

§ 216. **Теорема.** Суммата на плоскостнитѣ жгли, които съставляватъ многостѣнния жгълъ, е по-малка отъ четире прави.

Нека  $SABCDE$  (чер. 278) е многостѣненъ жгълъ, който е съставенъ отъ плоскостнитѣ жгли  $ASB$ ,  $BSD$ ,  $CSD \dots$ ; трѣба да се докаже, че

$$ASB + BSC + CSD \dots, < 4d.$$

**Доказ.** Като прѣкараме нѣкоя плоскостъ  $ABCDE$ , която да прѣсича ребрата на многостѣнния жгълъ въ точкитѣ  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  и  $E$ , означаваме съ  $S$  суммата на плоскостнитѣ жгли, които съставляватъ многостѣнния жгълъ, а съ  $n$  числото имъ; тогава суммата на жглитѣ отъ трижгълницитѣ, на които върховетѣ се събиратъ въ точката  $S$ , е равна на  $2dn$ , а суммата на жглитѣ въ многожгълника  $ABCDE$  е равна на  $2dn - 4d$ . Нъ тъй като всека отъ точкитѣ  $A$ ,  $B$ ,  $C, \dots$  е връхъ на тристѣнния жгълъ, то споредъ прѣдидущия § ще имаме:

$$SAE + SAB > EAB; SBA + SBC > ABC \dots$$

Като събиремъ почленно тѣзи неравенства, ще получимъ;

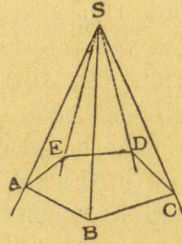
$$SAE + SAB + SBA + SBC + \dots > EAB + ABC + \dots$$

Нъ първата сума  $SAE + SAB + SBA \dots$  е равна на  $2dn - S$ , а втората сума  $EAB + ABC + \dots$  е равна на  $2dn - 4d$ ; слѣдователно  $2dn - S > 2dn - 4d$  или  $2dn + 4d > 2dn + S$ , а отъ тука  $S < 4d$ .

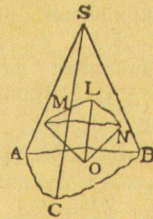
§ 217. **Теорема.** Въ всякой тристѣненъ жгълъ  $SABC$  (чер. 279) суммата на двустѣннитѣ жгли е по-малка отъ  $6d$ , а по-голяма отъ  $2d$ .

**Доказ.** Като спустнемъ отъ нѣкоя точка  $O$ , която лежи вътрѣ въ тристѣнния жгълъ, перпендикуляри  $OS$ ,  $OM$  и  $ON$  върху страницѣ му  $ASB$ ,  $ASC$  и  $BSC$ , ще получимъ при  $O$  тристѣненъ жгълъ  $OLMN$ , на който плоскостнитѣ жгли  $MOL$ ,  $LON$  и  $NOM$  споредъ § 210 служатъ за допълнение до  $2d$  на двустѣннитѣ жгли  $CSAB$ ,  $CSBA$  и  $ASCB$ ; слѣдов.

суммата на тѣзи плоскостни и двустѣнни жгли е равна на  $6d$ ; нъ суммата на плоскостнитѣ жгли е по-малка отъ  $4d$  (§ 216);



Чер. 278.



Чер. 279.