

151

гожгълници, когато числото на страните имъ неограничено се увеличава.

Доказ. Отъ предидущия § следва, че при постепенното увеличаване числото на страните вписаните и описаните многожгълници се приближават къмъ сливане съ кръга; следов. и периметрите имъ се приближават къмъ сливане съ окръжността на кръга. Нъ при удвояванието числото на страните периметра на вписанния многожгълникъ се увеличава (§ 131), а периметра на описания — се умалява (§ 131); след. периметра на описанния многожгълникъ се приближава къмъ сливане съ окръжността, като се умалява, а периметра на вписания се приближава — къмъ сливане съ окръжността, като се увеличава. Отъ това следва, че окръжността на кръга е по-голяма отъ периметра на вписання и по-малка отъ периметра на описанния многожгълникъ.

При постепенното удвояване числото на страните разликата между периметрите на вписання и описання многожгълници неограничено се умалява и може да бъде направена по-малка отъ всяка величина. И наистина, нъка P бъде периметра на описанния многожгълникъ и r периметра на едноименния вписанъ многожгълникъ, r радиуса на кръга и a апотема, тогава (§ 129):

$$\frac{P}{r} = \frac{a}{\sqrt{r}} \text{ или } \frac{P - r}{P} = \frac{r - a}{r}$$

Тъй като при постепенното увеличаване числото на страните разликата $r - a$, споредъ предидущия §, безпредълъно се умалява, то отъ това уравнение следва, че $P - r$ може да бъде направено по-малко отъ всяка величина. Отъ тук заключаваме, че съ постепенното увеличаване числото на страните разликата между окръжността и периметра на вписанния многожгълникъ, както и разликата между периметра на описанния многожгълникъ и окръжността, може да бъде направена по-малка отъ всяка величина, затова окръжността е предъдълът между периметрите на правилните описан и вписан многожгълници, когато числото на страните имъ неограничено се увеличава.

Определение окръжността и плоското съдържание на кръга.

~~§ 176.~~ **Теорема.** Окръжностите на кръговете се отнасятъ помежду си, както радиусите или диаметрите имъ,