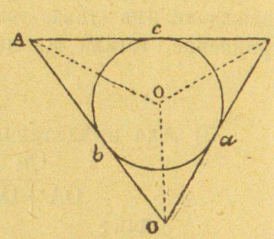
$$R=\frac{abc}{\sqrt{(a+b+c)\ (b+c-a)\ (a+c-b)\ (a+b-c)}}$$

§ 160. **Задача.** *Дадени сѫ тритѣ страни на триѫгълника, да се опрѣдѣли радиуса на вѫтрѣшния вписанъ крѫгъ.*

Рѣшение. Нека ABC (чер. 219) бѫде произволенъ триѫгълникъ, O центра на вѫтрѣшния вписанъ крѫгъ, r радиуса му и $\triangle$ плоското съдържание на триѫгълника. Прѣдполагаме, че $BC=a$, $AC=$ $=b$, $AB=c$ и съединяваме точката O съ върховетѣ на тритѣ ѫгли въ триѫгълника.



Чер. 219.

Като забѣлѣжимъ, че

$$BOC=\frac{a.\ r}{2};\ AOC=\frac{b.\ r}{2};\ AOB=\frac{c.\ r}{2}$$

ще получимъ;

$$BOC+AOC+AOB=(a+b+c)\ \frac{r}{2}$$

или:

$$\triangle=(a+b+c)\frac{r}{2},$$ а отъ тука слѣдва:

$$r=\frac{2\triangle}{a+b+c}$$

като поставимъ вмѣсто $\triangle$ изражението въ § 142, ще получимъ:

$$r=\frac{\sqrt{(a+b+c)\ (b+c-a)\ (a+c-b)\ (a+b-c)}}{2\ (a+b+c)}$$

Като умножимъ това изражение на израженнето въ прѣдидущия §, ще получимъ:

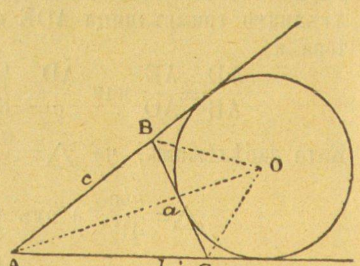
$$2rR=\frac{abc}{a+b+c}$$

Като раздѣлимъ сѫщитѣ изражения ще получимъ:

$$\frac{2r}{R}=\frac{b+c-a}{a}\cdot\frac{a+c-b}{b}\cdot\frac{a+b-c}{c}$$

§ 161. **Задача.** *Дадени сѫ тритѣ страни на триѫгълника, да се опрѣдѣлятъ радиуситѣ на външнитѣ вписани крѫгове.*

Рѣшение. Нека ABC (чер. 220) бѫде произволенъ триѫгълникъ, O центръ на единъ отъ външнитѣ вписани крѫгове, ρ радиуса му и $\triangle$ плоското съдържание на триѫгълника. Прѣдполагаме, че $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$ и съединяваме точката O съ върховетѣ на ѫглитѣ въ триѫгълника.



Чер. 220.

Тъй като $AOC=\frac{b\rho}{2}$; $ABO=\frac{c\rho}{2}$; $BOC=\frac{a\rho}{2}$; и $AOC+ABO-BOC=$ $=\triangle$ то слѣдва: