

Ако прѣдположимъ, че  $n=1$  и подъ  $m$  подразумяваме нечетно число, то като изключимъ общия множителъ 2, ще получимъ :

$$a = \frac{m^2+1}{2}; \quad b = \frac{m^2-1}{2}; \quad c = m.$$

Това рѣшеніе се преписва на Питагора.

Ако-ли пъкъ прѣдположимъ  $n=1$  и  $m2=t$ , така щото  $t$  да бѣде четно число, тогава

$$a = \left(\frac{t}{2}\right)^2 + 1; \quad b = \left(\frac{t}{2}\right)^2 - 1; \quad c = t$$

Това рѣшеніе се преписва на Платона.

§ 157. Формулата въ § 142, която изражава плоското съдържаніе на тригълника, когато сж дадени тритѣ му страни.

$$\Delta = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}$$

била извѣстна почти на всичкитѣ стари народи, нъ строгото ѝ доказателство срѣщаме за първий пѣтъ въ геодезията (землемѣрие) на грѣцкия геометрикъ Него отъ Александрия (въ второто столѣтне прѣдъ Р. Х.). Всичкитѣ стари писатели, които сж работили съ тази формула, прилагали сж е постоянно къмъ тригълника, на който странитѣ съответственно сж равни на 13, 14 и 15 и плоското съдържаніе, на който се изражава съ цѣло число 84. Нъ освѣнъ този тригълникъ има безчисленно множество други тригълници, на които странитѣ и плоското съдържаніе сжщо се изражаватъ съ цѣли числа.

Да опрѣдѣлимъ цѣлитѣ значения на странитѣ  $a$ ,  $b$  и  $c$ , при които плоското съдържаніе на тригълника да се изражава съ цѣло число.

Като подразбираме подъ  $a$ ,  $b$  и  $c$  цѣли числа, да прѣдположимъ, че

$$\frac{b+c-a}{2} = \lambda. t_1; \quad \frac{a+c-b}{2} = \lambda. t_2; \quad \frac{a+b-c}{2} = \lambda. t_3$$

гдѣто  $\lambda$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ , и  $t_3$  означаватъ или цѣли числа, или такива дробни числа при, които произведенията на  $\lambda. t_1$ ,  $\lambda. t_2$  и  $\lambda. t_3$  сж цѣли числа.

Като събиремъ почленно тѣзи уравнения, ще получимъ:

$$\frac{a+b+c}{2} = \lambda. (t_1+t_2+t_3) \text{ и като замѣстимъ въ израженіето за плоско-$$

то съдържаніе на тригълника, ще получимъ:

$$\Delta = \frac{\sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}}{2} =$$

$$\sqrt{(t_1+t_2+t_3). t_1.t_2.t_3} \lambda^4$$

За да бѣде  $\Delta$  цѣло число, израженіето подъ радикала трѣба да бѣде пълненъ квадратъ, а затова трѣба произведението  $(t_1+t_2+t_3) t_1. t_2$  да прѣдставлява пълненъ квадратъ, умноженъ на множителъ  $t_3$ , т. е.

$$(t_1+t_2+t_3) t_1. t_2 = t^2. t_3$$

гдѣто съ  $t$  означаваме какво да е цѣло число.

Отъ уравненіето :  $(t_1+t_2+t_3). t_1. t_2 = t^2. t_3$  получаваме :

$$t_3 = \frac{(t_1+t_2). t_1. t_2}{t^2 - t_1. t_2}$$