Като прѣкараме произволна линия LM и спуснемъ върху нея перпендикуляри отъ върховетѣ на всичкитѣ ѫгли на многоѫгълника, ще получимъ:

$$A_1ABCDEE_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} \cdot A_1B_1 + \frac{BB_1 + CC_1}{2} \cdot B_1C_1 + \frac{CC_1 + DD_1}{2} \cdot C_1D_1 + \frac{DD_1 + EE_1}{2} \cdot D_1E_1 .$$

$$A_1AFEE_1 = \frac{AA_1 + FF_1}{2} \cdot A_1F_1 + \frac{FF_1 + EE_1}{2} \cdot E_1F_1$$

Слѣдователно плоското съдържание на многоѫгълника ABCDEF е равно:

$$ABCDEF = \left\{\frac{AA_1 + BB_1}{2} \cdot A_1B_1 + \frac{BB_1 + CC_1}{2} \cdot B_1C_1 + \frac{CC_1 + DD_1}{2} \cdot C_1D_1 + \frac{DD_1 + EE_1}{2} \cdot D_1E_1\right\} - \left\{\frac{AA_1 + FF_1}{2} \cdot A_1F_1 + \frac{FF_1 + EE_1}{2} \cdot F_1E_1\right\}$$

Нѣкои теореми за триѫгълницитѣ, четвероѫгълницитѣ и правилнитѣ многоѫгълници.

§ 156. Когато три цѣли числа могѫтъ да бѫдѫтъ зети за страни на правоѫгълния триѫгълникъ, както напр. числата 5, 4 и 3 въ египетския триѫгълникъ, то съ помощьта имъ можемъ да намѣримъ безчисленно множество други цѣли числа, които сѫщо така могѫтъ да прѣдставляватъ страни на правоѫгълния триѫгълникъ. Наистина, като означимъ съ r произволно цѣло число, ще имаме: $(5r)^2 = (4r)^2 + (3r)^2$, така щото $5r$, $4r$ и $3r$ могѫтъ да бѫдѫтъ приети за страни на правоѫгълния триѫгълникъ, каквото цѣло число и да означава r. Нъ освѣнъ правоѫгълния триѫгълникъ, на който странитѣ съотвѣтственно сѫ равни на числата 5, 4 и 3, или пропорционални на тѣзи числа, има безчисленно множество правоѫгълни триѫгълници, на които странитѣ се изражаватъ съ цѣли числа, които нѣматъ общъ множитель. Таквизи триѫгълници се наричатъ *Питагорови* или *рационални*.

Нека a бѫде гипотенуза, b и c катети на правоѫгълния триѫгълникъ; да опрѣдѣлимъ всичкитѣ цѣли значения на a, b и c, които удовлетворяватъ уравнението $a^2 = b^2 + c^2$.

Като забѣлѣжимъ, че $c^2 = a^2 - b^2 = (a+b).(a-b)$ и като означимъ съ m и n произволни цѣли числа, прѣдполагаме, че

$$a+b = 2m^2 \text{ и } a-b = 2n^2$$

тогава ще намѣримъ

$$c^2 = 4m^2n^2, \text{ или } c = 2mn$$

А пъкъ отъ уравненията: $a+b = 2m^2$ и $a-b = 2n^2$ получаваме: $a = m^2 + n^2$ и $b = m^2 - n^2$. Тритѣ изражения:

$$a = m^2 + n^2 ;\ b = m^2 - n^2 ;\ c = 2mn,$$

въ които m и n означаватъ съвършенно произволни цѣли числа, прѣдставляватъ всичкитѣ възможни страни на Питагоровитѣ триѫгълници. Като поставяме вмѣсто m и n различни цѣли числа, ще намѣримъ съотвѣтственнитѣ величини за a, b и c. Тъй, напр., като земаме $m=3$ и $n=2$ ще получимъ: $a=13$, $b=5$ и $c=12$, очевидно е, че $13^2 = 5^2 + 12^2$.