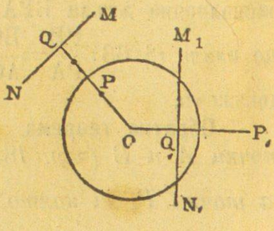
Поляри.

§ 124. Ако отъ центра O (чер. 182) спуснемъ перпендикуляръ OQ на произволна линия MN и на този перпендикуляръ опрѣдѣлимъ точка P взаимна на Q, тогава точката P се нарича *полюсъ* на правата MN, а линията MN—*полярна* на точката P.

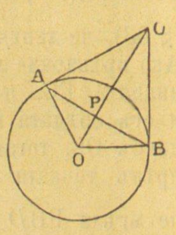


Чер. 182.

Очевидно е, че когато линията MN не прѣсича кржга, тогава полюса ѝ се намѣрва вжтрѣ въ кржга; когато пъкъ линията MN_1 прѣсича кржга, тогава полюса ѝ P_1 лежи вънъ отъ кржга.

Теорема. *Вrхътъ на описания жгълъ е полюсъ на хордата, която съединява двѣтѣ точки на допирането.*

Нека кажемъ, че ACB (чер. 183) е описанъ жгълъ, AB хорда, която съединява двѣтѣ точки на допирането A и B, и OC линия, която е прѣкарана отъ центра къмъ върха на описания жгълъ; трѣба да докажемъ, че C е полюсъ на правата AB, т. е. че линията OC е перпендикулярна къмъ хордата AB и че P и C сж взаимни точки.



Чер. 183.

Доказ. Отъ равенството на правожгълнитѣ трижгълници OAC и OBC слѣдва, че OC е перпендикулярна къмъ AB; а отъ правожгълния трижгълникъ OAC намѣрваме

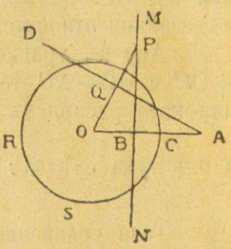
$$OC.\ OP = OA^2,$$

което е условие за взаимностьта на точкитѣ P и C.

Отъ тази теорема слѣдва, че полюса на диаметра се намѣрва въ безконечность.

Теорема. *Полюситѣ на всичкитѣ прави, които прѣминаватъ прѣзъ дадена точка, лежжтъ на полярната линия на тази точка.*

Нека CSR (чер. 184) бжде управляюща окржжность, A произволна дадена точка, MN полярната ѝ линия и AD произволна линия, която прѣминава прѣзъ точката A; трѣба да докажемъ, че полюса на правата AD лежи на линията MN.



Чер. 184.

Доказ. Като спуснемъ на линията AD перпененкуляръ OP отъ центра на кржга и като забѣлѣжимъ, че правожгълнитѣ трижгълници OPB и OQA, които иматъ общъ жгълъ O, сж подобни, намѣрваме $\frac{OP}{OA} = \frac{OB}{OQ}$ или $OP.\ OQ = OB.\ OA$; а тъй като споредъ прѣдположението A и B сж взаимни точки то $OB.\ OA = OC^2$; слѣдов., $OP.\ OQ = OC^2$. Това уравнение показва, че P и Q сж взаимни точки; слѣдов. полюса P на правата AD лежи на линията MN.