точката D; най послѣ ако съединимъ точкитѣ O и D, то вслѣдствие свойството на описания кржгъ линията OD ще бжде перпендикулярна къмъ AC, слѣдов., ще бжде успоредна на линията BE. Като забѣлѣжимъ, че BL=2OD (§ 120) и BK=2KD (§ 121), намѣрваме $\frac{BL}{DO}=\frac{BK}{KD}$, и освѣнъ това, тъй като жглитѣ LBK и KDO сж равни, вслѣдствие успоредностьта на линиитѣ BE и OD, то трижгълницитѣ BKL и DOK сж подобни (§ 58); слѣдов., $\sphericalangle BKL=\sphericalangle OKD$, затова и LKO е права линия.

Точкитѣ L, K, O и центра на вписания кржгъ се наричатъ *четири забѣлѣжителни точки на трижгълника.*

Взаимни точки.

§ 123. Ако продължимъ диаметра CD (чер. 179) на дадения кржгъ и земемъ на него външна точка B и вжтрѣшна A така, щото $OA.\,OB=OC^2$, тогава точкитѣ A и B се наричатъ *взаимни,* а самата окржжность CEDF, относително която точкитѣ A и B сж взаимни, се нарича *управляюща окржжность.*

Като прѣдставимъ уравнението $OA.OB=OC^2$ въ видъ на пропорция

$$\frac{OB}{OC}=\frac{OC}{OA}$$

намѣрваме

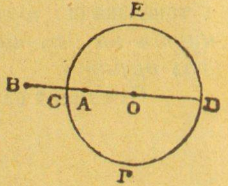
$$\frac{OB+OC}{OB-OC}=\frac{OC+OA}{OC-OA}$$

нъ

$$OB+OC=OB+OD=BD;\ OB-OC=BC,$$
$$OC+OA=OD+OA=AD;\ OC-OA=CA;$$

слѣдователно

$$\frac{BD}{BC}=\frac{AD}{AC}$$



Чер. 179.

това значи, че линията BD е раздѣлена гармонически въ точкитѣ C и A (§ 77) т. е. *двѣтѣ взаимни точки B и A и краищата на диаметра C и D сж четири гармонически точки.*

Теорема. *Ако съединимъ пройзволна точка P отъ управляющата окржжность съ двѣтѣ взаимни точки A и B (чер. 180), тогава отношението $\frac{PB}{PA}$ е постоянна величина за всичкитѣ точки отъ окржжностьта.*

Доказ. Прѣкарваме линия PC и диаметръ PR; трижгълницитѣ APO и BPO иматъ общъ жгълъ O; освѣнъ това, вслѣдствие взаимностьта на точкитѣ A и B, $\frac{OB}{OP}=\frac{OP}{OA}$, слѣдов. тѣзи трижгълници сж подобни, затова и $\sphericalangle EPR=\sphericalangle PBD$. Нъ $\frac{CR-CE}{2}$ е мѣрка на жгъла