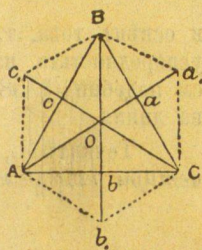


сръщуположнитѣ страни, и че прѣвъ върха на третия хгълъ С и точката О е прѣкарана линията Сс; трѣба да се докаже, че страната АВ се располовява въ точката С.

Доказ. Като продължимъ линията Аа и направимъ $aa_1 = 0a$, съединяваме точката a_1 съ точкитѣ В и С. Въ четворохгълника $0Ba_1C$ диагоналитѣ ВС и $0a_1$ споредъ построеніето се располовяватъ; слѣдов. този четворохгълникъ е параллелограммъ. По сжщия начинъ ще съставимъ параллелограммъ AOc_1b_1 . Най послѣ, като продължимъ страната Сс, и като прѣкараме Vc_1 успоредно на Аа, съединяваме точкитѣ c_1 и А. Тѣй като въ четворохгълника Ac_10v_1 странитѣ Av_1 и c_10 споредъ построеніето сж успоредни, и освѣнъ това $Ab_1 = 0C = Va_1 = c_10$ (§ 37), то четворохгълника Ac_10v_1 е параллелограммъ и линиитѣ Ac_1 и $0v_1$ сж успоредни помежду си; а тѣй като и линиитѣ Vc_1 и $0A$ споредъ построеніето сж успоредни, то четворохгълника Ac_1b_10 е така сжщо параллелограммъ, затова страната АВ се располовява въ точката с, което трѣбваше да докажемъ.



Чер. 177.

Забѣлѣзваме, че $0B = Ac_1$ и $Ac_1 = 0v_1 = 20b$; слѣдов, $0B = 20v$; а това значи: *точката на прѣсичаніето О дѣли всяка отъ линиитѣ на двѣ части, отъ които едната е два пжти по голѣма отъ другата.*

Отъ тритѣ параллелограмми AOc_1b_1 , $BOCa_1$, AOv_1c_1 намѣрваме (§ 68):

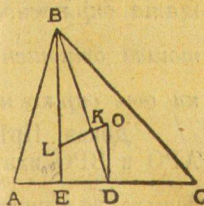
$$\begin{aligned} AC^2 + 0b_1^2 &= 20C^2 + 20A^2 \\ BC^2 + 0a_1^2 &= 20B^2 + 20C^2 \\ AB^2 + 0c_1^2 &= 20A^2 + 20B^2. \end{aligned}$$

Като събиремъ почленно тѣзи уравнения и забѣлѣжимъ, че $0a_1 = Bc_1 = 0A$; $0b_1 = Ac_1 = 0B$ и $0c_1 = Va_1 = 0C$, намѣрваме

$$AB^2 + BC^2 + AC^2 = 3(0A^2 + 0B^2 + 0C^2).$$

§ 122. Теорема. *Прѣсѣчната точка на перпендикуляритѣ, които сж спуснжти отъ върховетѣ на тритѣ жли на трихгълника върху сръщуположнитѣ страни, прѣсѣчната точка на линиитѣ, които сж прѣкарани отъ върховетѣ на тритѣ жли на трихгълника къмъ сръдитѣ на сръщуположнитѣ страни, и центъра на кржжа, който е описанъ около трихгълника, лежжтъ на една права.*

Доказ. Нека L (чер. 178) бжде прѣсѣчната точка на перпендикуляритѣ, K прѣсѣчната точка на линиитѣ, които сж прѣкарани отъ върховетѣ на хглитѣ на трихгълника къмъ сръдитѣ на сръщуположнитѣ страни, и O центръ на описанія кржжъ; най послѣ нека кажемъ, че D е сръдата на страната AC. Ако прѣвъ точкитѣ В и L прѣкараме линия, то тя споредъ прѣдположеніето ще бжде перпендикулярна къмъ AC, и ако прѣвъ точкитѣ В и K прѣкараме линия, то тя споредъ прѣдположеніето ще прѣмине прѣвъ



Чер. 178.