

$$ON=r=DM-DL \text{ и } O_1D=R.$$

наимѣрваме

$$d^2=R^2-2Rr.$$

§ 113. **Задача.** Да се опредѣли растојанието отъ центра на описаниа околу триаголника кржъ до центра на външния му вписанъ кржъ.

Рѣшение. Нека O_1 (чер. 161) бжде центръ на кржга, който е описанъ околу триаголника ABC и R радиуса му, а O и r —центръ и радиусъ на външния вписанъ кржъ; трѣба да опредѣлимъ дължината на линиата O_1O , която означаваме съ d .

Съединяваме точкитѣ B и O , сжщо D и O_1 . Тѣй като линиата BO располовява жгъла ABC (§ 111), то $AD=DC$, затова и радиуса O_1D е перпендикуларенъ къмъ страната AC .

Послѣ забѣлѣваме, че въ триаголника CBO жгълъ $COD=\sphericalangle FCO=\sphericalangle CBO$, освѣнъ това $\sphericalangle DCO=\sphericalangle OCA=\sphericalangle ACD$, а тѣй като линиитѣ BO и CO располовяватъ жглитѣ B и FCA , то $\sphericalangle FCO=\sphericalangle OCA$ и $\sphericalangle FBO=\sphericalangle DBA=\sphericalangle ACD$; слѣдов. $\sphericalangle COD=\sphericalangle DCO$, затова и $DO=CD$.

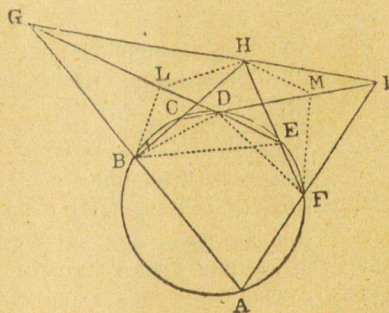
Като доказахме това, спущаме отъ точката O перпендикуларъ върху продължението на страната O_1D , и отъ триаголника O_1OD ще получимъ (§ 67): $d^2=OO_1^2=O_1D^2+2O_1D \cdot DM$, нѣ $OD=CD$ и $CD^2=2O_1D \cdot LD$, слѣдов.

$$d^2=O_1D^2+2O_1D \cdot LD+2O_1D \cdot DM=O_1D^2+2O_1D(LD+DM).$$

Ако спуснемъ отъ точката O перпендикуларъ ON върху страната AC и забѣлѣжимъ, че $ON=r=LD+DM$ и $O_1D=R$, то ще получимъ: $d^2=R^2+2Rr$.

§ 114. **Паскалевъ шестожгълникъ.** Ако въ шестожгълника $ABCDEF$ (чер. 162), който е вписанъ въ кржъ, продължиме странитѣ му по двѣ, които сж раздѣлени отъ единъ жгълъ, а именно: странитѣ AF и CD , FE и BC , ED и AB , тогава тритѣ прѣсѣчни точки I , H и G , ще лежатъ на една права линия *).

Доказ. Споредъ § 96 жгъла AGE се измѣрва съ джгата $\frac{AF+FE-BC-CD}{2}$, а жгъла CIA се измѣрва съ джгата



Чер. 162.

* Тази теорема е открита отъ 16 годишния Паскаль и приета отъ него въ основанието теорията за коническитѣ сѣченя. Тя е известна въ науката подъ име „Паскалевъ мистически шестожгълникъ“ (Hexagrammum mysticum).