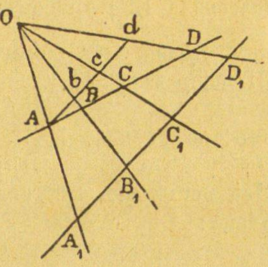
иматъ това свойство, че отношението $\frac{AB.\ DC}{AD.\ BC}$ *е величина постоянна, независяща отъ положението на линията AD.*

Доказ. Като прѣкараме произволна линия A_1D_1 и прѣзъ точката A линия Ad, успоредна на нея, то отъ трижгълника AcC, който е прѣсѣченъ съ линията OB, споредъ § 74 намѣрваме: $Ab.Oc.\ CB = bc.OC.AB$, а отъ сжщия трижгълникъ AcC, който е прѣсѣченъ съ линията OD, намѣрваме: $Ad.\ Oc.\ CD = cd.\ OC.\ AD$. Като раздѣлимъ второто уравнение почленно на първото, ще получимъ $\frac{Ad.\ CD}{Ab.\ CB} = \frac{cd.\ AD}{bc.\ AB}$ или $\frac{AB.\ CD}{AD.\ BC} = \frac{Ab.\ cd}{Ad.\ bc}$. Нъ тъй като линиитѣ Ad и A_1D_1 сж успоредни, то ще имаме: $\frac{Ab}{Ad} = \frac{A_1B_1}{A_1D_1}$; $\frac{cd}{bc} = \frac{C_1D_1}{B_1C_1}$; слѣдов. $\frac{Ab.\ cd}{Ad.\ bc} = \frac{A_1B_1.\ C_1D_1}{A_1D_1.\ B_1C_1}$, а отъ тука



Чер. 116.

$$\frac{AB.\ CD}{AD.\ BC} = \frac{A_1B_1.\ C_1D_1}{A_1D_1.\ B_1C_1},$$

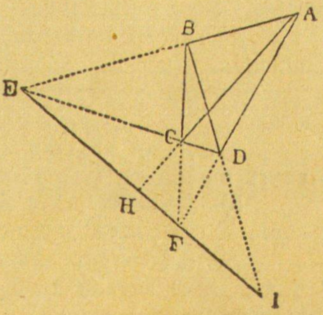
което трѣбаше да докажемъ.

Отношението $\frac{AB.\ CD}{AD.\ BC}$ се нарича *енгармоническо отношение.*

Ако линията AD е раздѣлена гармонически въ точкитѣ B и C, т. е. $\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{BC}$ или $AB.\ CD = AD.\ BC$, то $\frac{AB.\ CD}{AD.\ BC} = 1$; слѣдователно всѣка друга линия A_1D_1 така сжщо се раздѣля гармонически въ точкитѣ B_1 и C_1. Въ този случай линиитѣ OA_1, OB_1, OC_1 и OD_1 се наричатъ *гармонически лжчи*, а точката O—*гармонически центръ.*

Като забѣлѣжимъ, че $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD} = \frac{AC+CD}{CD} = \frac{AC}{CD} + 1$, да прѣдположимъ, че AD се приближава да стане успоредна съ линията OD; въ такъвъ случай отношението $\frac{AC}{CD}$ се умалява безпрѣдѣлно, а отъ това пъкъ отсѣчкитѣ AB и BC приближаватъ да станжтъ равни. Отъ тука заключаваме, че отъ правата, която е успоредна на крайния лжчь, другитѣ лжчи, отсичатъ двѣ равни отсѣчки.

Ако въ произволенъ четверожгълникъ ABCD (чер. 117) продължимъ срѣщуположнитѣ му страни до прѣсичанието имъ: странитѣ AB и CD до точката E, а странитѣ BC и AD до точката F, то фигурата, която е съставена по този начинъ, се нарича *пъленъ четверожгълникъ.*



Чер. 117.