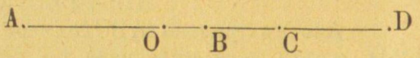
да отмѣримъ FG=EF и да прѣкараме DF успоредно на GC, тогава D ще бѫде четвърта гармоническа точка къмъ тритѣ точки A, C и D. Наистина

$$\frac{AB}{BC}=\frac{AF}{FG} \text{ и } \frac{AD}{CD}=\frac{AF}{EF}$$

а̀ тъй като споредъ построението EF=FG, то

$$\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{CD}$$

Нека кажемъ, че линията AD (чер. 114) е раздѣлена въ точкитѣ B и C гармонически, и нека O бѫде срѣдата на линията AC, тогава отъ тритѣ линии OB, OC и OD, срѣдната—OC е срѣдня пропорционална между другитѣ двѣ OB и OD.



Чер. 114.

Наистина, отъ пропорцията $\frac{AD}{CD}=\frac{AB}{BC}$ намѣрваме

$$\frac{AD+CD}{2}:\frac{AD-CD}{2}=\frac{AB+BC}{2}:\frac{AB-BC}{2}$$

Нъ

$$AD+CD=AC+2CD=2(OC+CD)=2OD$$
$$AD-CD=2OC;\ AB+BC=2OC$$
$$AB-BC=AC-2BC=2(OC-CB)=2OB$$

слѣдователно

$$\frac{OD}{OC}=\frac{OC}{OB}.$$

Ако отъ тритѣ линии a, b и c първата се отнася къмъ третята, тъй като разликата отъ първата и втората се отнася къмъ разликата на втората и третята, т. е, ако

$$a:c=(a-b):(b-c)$$

то такава пропорция се нарича *срѣдня гармоническа пропорция* и линията b—*срѣдня гармоническа пропорционална.*

Като земемъ произведението отъ срѣднитѣ и крайнитѣ членове, ще получимъ:

$$ac-bc=ab-ac;$$

слѣдов., срѣдния гармонически пропорционаленъ членъ $b=\frac{2ac}{a+c}$.

Ако пъкъ въ пропорцията $\frac{AD}{AB}=\frac{CD}{BC}$ замѣстимъ BC съ AC—AB и CD съ AD—AC (чер. 114), то ще получимъ

$$AD:AB=(AD-AC):(AC-AB).$$

Отъ това слѣдва, че тритѣ части AD, AC и AB на линията AD, която е раздѣлена гармонически, съставляватъ срѣдня гармоническа пропорция.

§ 78. **Теорема.** *Ако четиритѣ линии OA_1, OB_1, OC_1 и OD_1 (чер. 116), които излизатъ отъ една обща точка O, сѫ прѣсѣчени съ произволна права AD, то отсѣчкитѣ ѝ AB, BC и CD*