$\sphericalangle A_1 = \sphericalangle BFG$ и $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A$, то $\sphericalangle A = \sphericalangle BFG$, а затова линиитѣ FG и AC сж успоредни. Вслѣдствие на това ще имаме:

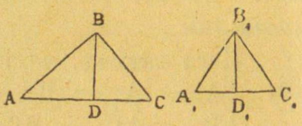
$$\frac{AB}{BF} = \frac{BC}{BG} \text{ или } \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$

Като съединимъ тази пропорция съ получената, ще намѣримъ:

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1},$$ което трѣбаше да докажемъ.

Отъ тази теорема слѣдва, *че въ подобнитѣ трижгълници ABC и A^1B^1C (чер. 89) височинитѣ BD и B_1D_1 сж пропорционални на странитѣ*, защото трижгълницитѣ ABD и $A_1B_1D_1$, въ които $\sphericalangle A = \sphericalangle A_1$ споредъ прѣдположението и $\sphericalangle ADB = \sphericalangle A_1D_1B_1$, като прави жгли, сж подобни, слѣдователно

$$\frac{BD}{B_1D_1} = \frac{AB}{A_1B_1}.$$

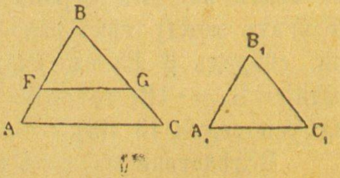


Чер. 89.

§ 57. **Теорема.** *Трижгълницитѣ сж подобни, ако странитѣ имъ сж пропорционални.*

Нека кажемъ, че въ трижгълницитѣ ABC и $A_1B_1C_1$ (чер. 90) $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$; трѣба да докажемъ, че $\sphericalangle A = \sphericalangle A_1$, $\sphericalangle B = \sphericalangle B_1$ и $\sphericalangle C = \sphericalangle C_1$.

Доказ. Отмѣрваме на AB часть $FB = A_1B_1$ и прѣкарваме линия FG успоредно на страната AC. Трижгълницитѣ ABC и FBG сж подобни, затова споредъ прѣдидущия § ще имаме: $\frac{AB}{FB} = \frac{BC}{BG} = \frac{AC}{FG}$.



Чер. 90.

Като сравнимъ тѣзи пропорции съ даденитѣ пропорции $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$ и като забѣлѣжимъ, че споредъ построението $FB = A_1B_1$, заключаваме, че $BG = B_1C_1$, $FG = A_1C_1$. Слѣдователно трижгълницитѣ FBG и $A_1B_1C_1$, като иматъ всичкитѣ си страни съотвѣтственно равни, споредъ § 18, сж сходни помежду си, затова и $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle F = \sphericalangle A$; $\sphericalangle C_1 = \sphericalangle G = \sphericalangle C$ и $\sphericalangle B_1 = \sphericalangle B$.

§ 58. **Теорема.** *Два трижгълници сж подобни, ако иматъ по единъ равенъ жгълъ, заключенъ между пропорционалнитѣ имъ страни.*