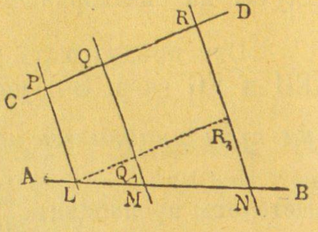
Нека кажемъ, че правитѣ AB и CD (чер. 83) сѫ прѣсѣчени отъ три успоредни линии LP, MQ и NR; трѣба да докажемъ, че

$$\frac{LM}{MN}=\frac{PQ}{QR}$$




Чер. 83.

**Доказ.** Като прѣкараме прѣзъ точката L линия $LR_1$ успоредно съ правата CD, ще получимъ (§ 50)

$$\frac{LM}{MN}=\frac{LQ_1}{Q_1R_1}.$$

Нъ споредъ § 37 $LQ_1=PQ$; $Q_1R_1=QR$; слѣдователно

$$\frac{LM}{MN}=\frac{PQ}{QR}.$$

## Отношение на линиитѣ.

§ 53. Намѣрването общата мѣрка и опрѣдѣляването отношението на двѣ линии сѫ обяснени въ §§ 47 и 48 на отдѣлни примѣри, сѫщата задача ще рѣшимъ въ общий видъ.

**Задача.** *Да се опрѣдѣли отношението на двѣ линии $A$ и $B$, като прѣдполагаме, че $A>B$.*

**Рѣшение.** Нека кажемъ, че B се съдържа m пѫти въ A съ остатъкъ $R_1$, така щото

$$A=mB+R_1$$

нека $R_1$ да се съдържа n пѫти въ B съ остатъкъ $R_2$, така щото

$$B=nR_1+R_2$$

$R_2$ да се съдържа p пѫти въ $R_1$ съ остатъкъ $R_3$, така щото

$$R_1=pR_2+R_3 \text{ и т. н.}$$

Ако единъ отъ остатъцитѣ се съдържа цѣло число пѫти въ прѣдидущия, то той ще бѫде обща мѣрка на линиита A и B. Нека кажемъ, че $R_3$ се съдържа равно q пѫти въ $R_2$, така щото

$$R_2=qR_3$$

Отъ послѣднитѣ двѣ уравнения ще получимъ:

$$R_1=pR_2+R_3=(pq+1)R_3$$

слѣдователно

$$B=nR_1+R_2=[n(pq+1)+q]R_3$$
$$A=mB+R_1=[mn(pq+1)+mq+pq+1]R_3$$

Тъй като m, n, p и q сѫ цѣли числа, то очевидно е, че $R_3$ се съдържа цѣло число пѫти въ A и B, и ще бѫде обща мѣрка на тѣзи линии.

Отношението на двѣтѣ линии A и B въ този случай ще бѫде

$$\frac{A}{B}=\frac{mn(pq+1)+mq+pq+1}{n(pq+1)+q}$$

Общата мѣрка на двѣтѣ линии A и B ще бѫде обща мѣрка на всичкитѣ послѣдователни остатъци, затова отъ прѣдидущитѣ уравне-